Université Mohamed V Rabat
Faculté des Sciences Juridiques,
Economiques et Sociales - Souissi

Année Universitaire : 2015 - 2016

Test d'admission au Master ESMA

Durée : 2 heures

N.B. : Chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée

Partie 1 – Mathématiques :

Exercice 1: Soit $f : IR^2 \to IR$ définie par : $f(x,y) = x^2 - 2x + xy + y^2$

1) Calculer les dérivées partielles premières et secondes de f.
2) Déterminer les points critiques éventuels de f.
3) Etudier la nature des extrema éventuels de f.

Exercice 2: On considère les deux matrices carrées suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Montrer que P est inversible et calculer P^{-1}.
2) Calculer $D = P^{-1}AP$.
3) Pour $n \in IN^*$, calculer D^n puis en déduire A^n.
4) Calculer $A^2 - 2A$.
5) En déduire que A est inversible ainsi que le calcul de A^{-1}.
6) En déduire alors la résolution du système linéaire d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} 3x + 5y = a \\ x - y = b \end{cases}$$

a, b étant deux paramètres réels.

Partie 2 – Statistique :

Exercice 1: Le concours d'accès à un établissement de formation porte sur une épreuve de statistique. Les candidats qui se sont présentés à ce concours se répartissent, en fonction des notes obtenues à cette épreuve, de la manière suivante :

Classes de notes	[1,5[	[5,9[	[9,11[	[11,13[	[13,17[
Effectifs	28	49	62	45	16

1) Calculer la note moyenne des candidats.
2) Calculer l'écart-type associé.
3) Calculer la médiane μ. *Interpréter.*

Exercice 2: Le Soit X une variable aléatoire continue dont la densité de probabilité est donnée par : $f(x) = \begin{cases} kx & si \ 0 \le x \le 2 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$

k étant une constante réelle.

1) Calculer la constante k.
2) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.
3) Déterminer la fonction de répartition.

'artie 3 – Microéconomie :

estions :

1) Expliquez ce qu'on entend par le principe du « raisonnement à la marge » et quel est son intérêt dans la théorie du consommateur ?

2) Expliquez l'intérêt de la courbe d'Engel dans l'analyse économique.

xercice :

oit la fonction d'utilité : $U(X,Y) = 3X^{2/3}.Y^{1/3}$

1- Déterminez les fonctions de demande de X et de Y

2- Calculez et interprétez l'élasticité prix du bien X et l'élasticité croisée du bien Y.

3- Px = 2, Py = 1 et R = 30, déterminez les quantités optimales, sachant que Px est le prix du bien X, Py est le prix du bien y et R le revenu.

ırtie 4 – Macroéconomie :

cice d'application :

xtrait les informations suivantes des comptes nationaux d'un pays nommé "Delta" pour *1997* (les évaluations sont faites aux prix courants en Milliards d'unités monétaires) :

rmation brute de capital fixe (FBCF) = 1 400	Importations (M) = 1 850
ıriation de stocks (ΔS) = -50	Subventions (SUBV) = 50
onsommation finale (CF) = 6 500	Exportations (X) = 2 000
'aleur ajoutée brute (VAB) = 7 450	

1) Calculez les indicateurs suivants : (i) le montant des impôts *(IP97)* ; *(ii)* le Produit Intérieur Brut (PIB97) ; (iii) la demande intérieure *(DI97)et (iv) le Solde* Extérieur (SE97).

2) Quel diagnostic peut-on porter sur le commerce extérieur de *"Delta"* ?

IP

2016/2017
Page 1/2

Université Mohammed V de Rabat
Faculté des Sciences Juridiques,
Economiques et Sociales - Souissi

Année Universitaire : 2016 - 2017

Test d'admission au Master ESMA

Durée : 2 heures

N.B. : Chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée

Partie 1 – Mathématiques

Exercice 1 :Soit f l'application de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie par :

$$f(x,y,z) = (x, -3y+4z, -2y+3z)$$

1) Montrez que f est une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$;
2) Soit $(\overrightarrow{e_1} ; \overrightarrow{e_2} ; \overrightarrow{e_3})$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$, montrez que :

   $(f(\overrightarrow{e_1}) ; f(\overrightarrow{e_2}) ; f(\overrightarrow{e_3}))$ est une base de $\mathbb{R}^3$, en déduire que f est bijective ;

3) Calculez $f \circ f$; en déduire l'expression de f^{-1}.

Exercice 2 : Soit la fonction $f(x,y) = 4xy - 1$

1) Déterminez les points critiques de f sous la contrainte : $x^2 + y^2 - 1 = 0$
2) Précisez la nature de ces points critiques.

Partie 2 – Statistique

Exercice 1 :

On prend un échantillon de poids, et on trouve que la variance est proche de 0. Quelle est la signification de cette valeur ?

Exercice 2:

Soit X une variable aléatoire de variance σ^2, pour estimer cette variance, on utilise la variance empirique de X : $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$.

1) Montrez que S^2 est un estimateur biaisé de σ^2.
2) Pour rendre cet estimateur sans biais, on défini : $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$, montrez que S'^2 est un estimateur sans biais de σ^2.

Université Mohammed V de Rabat
Faculté des Sciences Juridiques,
Economiques et Sociales - Souissi

Année Universitaire : 2017 - 2018

Test d'admission au Master ESMA
Durée : 2 heures
N.B. : Chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée

Partie 1 – Macroéconomie

Supposons que l'économie du Maroc comprend une entreprise représentative dont la fonction de production est donnée par : $y = f(N) = 2N - (1/2)N^2$ sachant que N est la taille de l'emploi.

1) Ecrire le profit de cette entreprise sachant que le prix du bien est P, et que le salaire est W.
2) Déterminer la demande de travail (l'offre d'emploi) qui est la taille optimale de cette entreprise, et commenter.
3) En déduire la taille de production optimale qui est, l'offre optimale en volume du bien produit de cette entreprise, et commenter.
4) Supposons que l'offre totale de travail (la demande totale d'emploi) est exogène, et est donnée par : $N^0 = (W/P)$. Définir alors la notion d'équilibre du marché du travail, et calculer donc le salaire réel d'équilibre de cette économie.
5) À cet équilibre général, calculer la production totale (en volume), la masse salariale réelle totale, le total des profits réels (profits déflatés par le prix), et commenter la répartition dans cette économie.

Partie 2 – Microéconomie

La production d'un bien A est possible grâce à une technologie ayant pour fonction de coût total : $C(q) = 50 + q^2$ où q est la quantité offerte par une entreprise. La demande du marché du bien A est donnée par : $\mathbf{P(Q) = 40 - Q}$ où Q est la quantité offerte par la branche.

1) Comment distingue-t-on entre le court terme et le long terme dans une entreprise ?
2) Déterminez l'équilibre de concurrence de long terme ;
3) Déterminez l'équilibre du monopole ;
4) Calculez le surplus du consommateur et du producteur à l'équilibre concurrentiel de long terme ;
5) Comparez le surplus net à l'équilibre concurrentiel de long terme par rapport à celui du monopole et concluez.
6) Dans quelles conditions un monopole peut être préférable à la concurrence en termes d'efficacité ?

Partie 3 – Microéconomie

Exercice 1 : En économie industrielle, qu'est-ce qu'on entend par le paradoxe de Bertrand ? Et comment le contourner ?

Exercice 2 : Supposant que la fonction de coût total d'une entreprise concurrentielle soit :

$$\mathbf{C(q) = 450 + 15q + 2q^2}$$

C : le coût total ; q : la quantité produite

Si le prix de marché est de P = 15 par unité :

1. Déterminez la quantité produite par l'entreprise à l'optimum.
2. Déterminez le niveau du profit ou perte de l'entreprise.
3. La demande du marché est donnée par : $\mathbf{Q_D = 900 - 10P}$
   a. Calculez le prix à l'équilibre de long terme.
   b. Quelle est la quantité globale demandée sur le long terme ?
   c. Quel est le nombre d'entreprises sur le long terme ?
   d. Quel sera le profit de chaque entreprise ?

Partie 4 – Macroéconomie

On considère une économie à trois agents (les firmes, les ménages et l'Etat) comportant quatre marchés (marché des produits, de la monnaie, du travail et des capitaux). On suppose que l'Etat finance ses dépenses par l'emprunt ou la création monétaire uniquement. Les relations suivantes définissent les comportements et les équilibres caractéristiques de cette économie. On suppose que $H > 0$ représente un paramètre qui affecte (favorablement) la productivité du travail, que $v > 0$ est la vitesse de circulation de la masse monétaire, et que N_0 est le niveau de la population active.

(1) $Q=y=H\sqrt{N}$	(7) $G=\overline{G}$
(2) $N^d=\left(\frac{H^2}{4}\right)\left(\frac{W}{P}\right)^2$	(8) $S=I+G$
(3) $N^o=N_0$	(9) $M^d=\frac{1}{v}Py$
(4) $N^o=N^d=N$	(10) $M^o=\overline{M}$
(5) $I=-2000i+1000$	(11) $M^o=M^d$
(6) $S=8000i-400$	

Q est la production en volume ou revenu réel, I l'investissement des entreprises en volume, S l'épargne des ménages, G les dépenses publiques, N l'emploi, W le salaire nominal, P le niveau général des prix, i le taux d'intérêt réel. Les variables exogènes sont surmontées d'une barre ($\overline{G}$ et $\overline{M}$). N^o représente la fonction d'offre de travail (demande d'emploi), N^d la fonction de demande de travail (offre d'emploi), M^o la fonction d'offre de monnaie, M^d la fonction de demande de monnaie.

1. Etudiez l'équilibre du marché du travail, et déterminez le niveau de salaire réel, de l'emploi et de la production d'équilibre de cette économie.
2. Etudiez l'équilibre du marché de la monnaie et déterminez le niveau général des prix de cette économie.
3. Etudiez l'équilibre du marché des biens et déterminez le taux d'intérêt réel de cette économie.

2017/2018
Page 2/2

Partie 3- Statistique

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire, et X_1, X_2, X_3 sont des variables aléatoires représentants un échantillon de X qui sont de même loi que X et qui sont indépendantes deux à deux. Pour l'estimation de la moyenne m de X, on utilise la fonction suivante :

$$Y = 0,6 \times X_1 + 0,1 \times X_2 + \alpha \times X_3$$

Avec : $\alpha \in \mathbb{R}$

- Quelle est la condition pour que Y soit un estimateur biaisé de la moyenne m de X ?

Exercice 2 :

Soit Y une série chronologique, les données de cette série sur quatre trimestres et sur deux années, sont représentées dans le tableau ci-dessous :

	Trimestre1	Trimestre2	Trimestre3	Trimestre4
2006	0,5	1	0,6	1,5
2008	1,1	2	1,3	2,5

Le modèle de cette série est supposé additif : $Y_t = C_t + S_t + E_t$, avec $C_t = 0,25.t + 0,25$

1) Calculer les quatre coefficients saisonniers de cette série.

Partie 4 - Mathématique

Exercice 1 : (08 points)

Montrer que l'ensemble E = {(x, y, z) / z=0} est sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$?

Exercice 2 : (12 points)

Soit f la fonction de deux variables définie par : $f(x, y) = xy(1 - x - y)$

1) Justifier en une phrase que f est de classe C^2 ;
2) Déterminer les points critiques de f ? ;
3) Préciser la nature des points critiques de f ?.

Université Mohamed V Rabat
Faculté des Sciences Juridiques,
Economiques et Sociales - Souissi

Année Universitaire : 2015 - 2016

Test d'admission au Master ESMA

Durée : 2 heures

N.B. : Chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée

Partie 1 – Mathématiques :

Exercice 1: Soit $f : IR^2 \to IR$ définie par : $f(x,y) = x^2 - 2x + xy + y^2$

1) Calculer les dérivées partielles premières et secondes de f.
2) Déterminer les points critiques éventuels de f.
3) Etudier la nature des extrema éventuels de f.

Exercice 2: On considère les deux matrices carrées suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

1) Montrer que P est inversible et calculer P^{-1}.
2) Calculer $D = P^{-1} A P$.
3) Pour $n \in IN^*$, calculer D^n puis en déduire A^n.
4) Calculer $A^2 - 2A$.
5) En déduire que A est inversible ainsi que le calcul de A^{-1}.
6) En déduire alors la résolution du système linéaire d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} 3x + 5y = a \\ x - y = b \end{cases}$$

a, b étant deux paramètres réels.

Partie 2 – Statistique :

Exercice 1: Le concours d'accès à un établissement de formation porte sur une épreuve de statistique. Les candidats qui se sont présentés à ce concours se répartissent, en fonction des notes obtenues à cette épreuve, de la manière suivante :

Classes de notes	[1,5[	[5, 9[	[9,11[	[11,13[	[13,17[
Effectifs	28	49	62	45	16

1) Calculer la note moyenne des candidats.
2) Calculer l'écart-type associé.
3) Calculer la médiane μ. Interpréter.

Exercice 2: Le Soit X une variable aléatoire continue dont la densité de probabilité est donnée par : $f(x) = \begin{cases} kx & si \quad 0 \le x \le 2 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$

k étant une constante réelle.

1) Calculer la constante k.
2) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.
3) Déterminer la fonction de répartition.

Partie 3 – Microéconomie :

Questions :

1) Expliquez ce qu'on entend par le principe du « raisonnement à la marge » et quel est son intérêt dans la théorie du consommateur ?
2) Expliquez l'intérêt de la courbe d'Engel dans l'analyse économique.

Exercice :

Soit la fonction d'utilité : $U(X, Y) = 3X^{2/3}.Y^{1/3}$

1- Déterminez les fonctions de demande de X et de Y
2- Calculez et interprétez l'élasticité prix du bien X et l'élasticité croisée du bien Y.
3- Px = 2, Py = 1 et R = 30, déterminez les quantités optimales, sachant que Px est le prix du bien X, Py est le prix du bien y et R le revenu.

Partie 4 – Macroéconomie :

Exercice d'application :

On a extrait les informations suivantes des comptes nationaux d'un pays nommé "Delta" pour l'année 1997 (les évaluations sont faites aux prix courants en Milliards d'unités monétaires) :

Formation brute de capital fixe (FBCF) = 1 400	Importations (M) = 1 850
Variation de stocks (ΔS) = -50	Subventions (SUBV) = 50
Consommation finale (CF) = 6 500	Exportations (X) = 2 000
Valeur ajoutée brute (VAB) = 7 450	

1) Calculez les indicateurs suivants : (i) le montant des impôts (IP97) ; (ii) le Produit Intérieur Brut (PIB97) ; (iii) la demande intérieure (DI97)et (iv) le Solde Extérieur (SE97).
2) Quel diagnostic peut-on porter sur le commerce extérieur de "Delta" ?