

- ☛ Choisissez la bonne réponse et cochez une case sur la grille de réponses.
- ☛ Si toutes les propositions sont fausses, cochez la case E.
- ☛ Attention : toute réponse fautive sera pénalisée de -0.5 pt.

Nom :
Prénom :
Numéro :

Mathématiques financières

Q 1. Un capital de 5630 Dh, placé à intérêts simples pendant 94 jours, a produit 168 Dh d'intérêts simples. Quel est le taux de ce placement ?

- A : 12.32% B : 11.43%
C : 13.36% D : 10.17%

Q 2. Un capital de 6700 Dh, placé à intérêts simples au taux de 7.5%, a acquis une valeur de 7035 Dh. Quelle est la durée de ce placement ?

- A : 4 mois B : 5 mois
C : 7 mois D : 8 mois

Q 3. Quel est le taux mensuel équivalent au taux trimestriel de 5.3% :

- A : 1.736% B : 2.408%
C : 3.348% D : 0.820%

Q 4. Un capital de 11243 Dh est placé pendant 7 ans à intérêts composés au taux annuel de 4%. Quelle est la valeur acquise par ce capital au terme de son placement ?

- A : 14795.02 B : 24770.57
C : 34744.66 D : 44786.69

Q 5. Un commerçant remplace les deux effets suivants :

- ✓ 13000 Dh échéant dans 2 ans,
- ✓ 17000 Dh échéant dans 4 ans,

par un effet unique de nominal 32023.13 Dh. Sachant que le taux d'intérêts composés est 7.5% l'an, quelle serait l'échéance de cet effet ?

- A : 7 ans B : 3 ans
C : 4 ans D : 5 ans

Algèbre linéaire

Q 6. Soit les matrices A et B définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -2 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

le deuxième vecteur ligne de la matrice $(AB)^t$ est :

- A : (5 16 15) B : (5 2 -11)
C : (-11 15 12) D : (1 20 12)

Q 7. Soit la matrice C définie par

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -6 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Le polynôme caractéristique de C est égal à :

- A : $-x(x+1)(x-1)$ B : $-(x+1)(x-1)^2$
C : $-(x-1)(x+1)^2$ D : $-(x+1)(x-1)(x-2)$

Q 8. Soit D la matrice définie par

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

La matrice D est

- A : diagonale B : symétrique
C : de rang 2 D : inversible

Q 9. Soit la matrice $E = PRP^{-1}$, avec

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

E^{12} est :

- A : $-I_3$ B : $-E$
C : R D : I_3

Q 10. On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = m \end{cases}$$

Pour quelle valeur de m le système admet une infinité de solutions ?

- A : -11 B : 1
C : 11 D : -1

Statistique descriptive

Le tableau ci-dessous donne l'observation des prix «Y» (Dirham) et des quantités disponibles «X» d'un produit sur un marché

x_i	2	4	6	12	15	20	22	24	28
y_i	98	90	84	72	64	62	55	54	45

Q 11. La valeur de la moyenne de X vaut :

- A : 15,5 B : 16,3
C : 16,8 D : 19

Q 12. La variance de X vaut :

- A : 75,5 B : 86,2
C : 90,5 D : 91,21

- Q 14. L'équation de la droite de régression est
 A : $Y = 2,31X - 63,37$ B : $Y = -2,31X - 63,37$
 C : $Y = 1,90X + 97,37$ D : $Y = 1,90X - 97,37$
- Q 15. Le coefficient de corrélation linéaire est égal
 A : -1 B : -0,99
 C : 0 D : 1

Probabilités

- Q 16. Si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, alors les ensembles A et B sont
 A : indépendants B : incompatibles
 C : équiprobables D : liés
- Q 17. La densité de la loi exponentielle de paramètre 2 est
 A : $2e^{-2x}$ sur \mathbb{R}^+ B : e^{-2x} sur \mathbb{R}^-
 C : e^{-x} sur \mathbb{R}^+ D : e^{-3x} sur \mathbb{R}^-
- Q 18. Le théorème central limite sert pour approcher les lois par la loi :
 A : Normale B : Student
 C : Binomiale D : Poisson
- Q 19. Si X suit une loi Binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,1$. Alors son espérance $E(X)$ vaut
 A : 3 B : 4
 C : 5 D : 6
- Q 20. Soit X de loi de Poisson $P(2)$, alors $P(X < 4 | X > 2)$ est égale
 A : $P(X = 3) / P(X > 2)$ B : $P(X = 3)$
 C : $P(X < 4) - P(X = 2)$ D : $P(X < 4) - P(X = 2)$

Échantillonnage

Un comptable pense que les problèmes de liquidité d'une entreprise sont une conséquence directe de l'encaissement lent des comptes fournisseurs. Le comptable prétend qu'au moins 70% des comptes fournisseurs datent de plus de deux mois. Un échantillon de 120 comptes fournisseurs a révélé que 88 dataient de plus de deux mois.

- Q 21. Une estimation ponctuelle de la proportion « p » de comptes fournisseurs datant de plus de deux mois est :
 A : 0,47 B : 0,52
 C : 0,67 D : 0,73
- Q 22. Sachant que le fractile « z » de la loi Normale est $z = 2,58$, l'intervalle de confiance à 99% pour la vraie proportion p est
 A : $[0,48; 0,74]$ B : $[0,63; 0,84]$
 C : $[0,63; 1]$ D : $[0; 1]$
- Q 23. La taille minimum n de l'échantillon à prélever pour que la marge d'erreur de l'estimation (au niveau de confiance 99%) soit inférieur à 0,03 est
 A : 1000 B : 1290
 C : 1458 D : 1500
- Q 24. Pour faire une estimation p sur la population d'un caractère donné, on doit connaître au minimum :
 A : La taille N de la population.

- D : La taille N de la population et taille n de l'échantillon.
- Q 25. Plus la taille de l'échantillon « n » est grande, plus l'amplitude de l'intervalle de confiance est :
 A : petite B : grande C : constante
 D : petite pour $n \leq 25$ puis augmente pour $n \geq 25$.

Programmation linéaire

Un atelier fabrique trois produits P_1 , P_2 , et P_3 , en quantités x_1 , x_2 , et x_3 . Les marges unitaires des trois produits sont de 3, 4 et 12 dh respectivement.

- ✓ Le produit P_1 nécessite 1 heure de travail par jour et le marché ne peut absorber plus de 40 unités de ce produit.
- ✓ Le produit P_2 nécessite 2 heures de travail par jour.
- ✓ Le produit P_3 nécessite 3 heures de travail par jour et le marché ne peut absorber plus de 80 unités de ce produit.

La capacité de travail dans l'atelier est de 300 heures par jour. On note Z la valeur optimale. Le tableau simplexe optimal de ce problème de programmation linéaire est donné par

	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	sm.
	0	1	0	1/2	-1/2	-3/2	10
	1	0	0	0	1	0	40
	0	0	1	0	0	1	80
$-Z$	0	0	0	-2	-1	-6	-1120

- Q 26. La fonction objectif (économique) est :
 A : $\text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 + 12x_3$
 B : $\text{Min } Z = 3x_1 + 4x_2 + 12x_3$
 C : $\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$
 D : $\text{Max } Z = 40x_1 + 0x_2 + 80x_3$
- Q 27. La contrainte "temps de travail" est :
 A : $3x_1 + 4x_2 + 12x_3 \leq 80$
 B : $2x_1 + x_2 + x_3 \geq 40$
 C : $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 300$
 D : $x_1 + x_2 + x_3 \leq 300$
- Q 28. D'après le tableau simplexe optimal, la solution optimale est :
 A : $Z = 1100$, $x_1 = 40$, $x_2 = 0$ et $x_3 = 80$
 B : $Z = 1120$, $x_1 = 40$, $x_2 = 10$ et $x_3 = 80$
 C : $Z = 300$, $x_1 = 10$, $x_2 = 80$ et $x_3 = 40$
 D : $Z = 1120$, $x_1 = 2$, $x_2 = 1$ et $x_3 = 6$
- Q 29. D'après le tableau simplexe optimal, la solution optimale du problème dual est :
 A : $W = 1100$, $y_1 = 40$, $y_2 = 0$ et $y_3 = 80$
 B : $W = 1120$, $y_1 = 40$, $y_2 = 10$ et $y_3 = 80$
 C : $W = 300$, $y_1 = 10$, $y_2 = 80$ et $y_3 = 40$
 D : $W = 1120$, $y_1 = 2$, $y_2 = 1$ et $y_3 = 6$
- Q 30. Si on augmente la capacité du temps de travail heure (301 au lieu de 300), le nouveau bénéfice optimal est :
 A : 1100 B : 1206
 C : 1120 D : 1122

Université Hassan II
Faculté des Sciences
Année universitaire 2018-2019

**Examen écrit pour le concours du Master
Actuariat et Finance de marchés
-Durée 2h-**

Par souci d'équité entre les étudiants, aucun document ni téléphone portable, ni échange de fournitures ne sont autorisés.
Cochez la bonne réponse sur la feuille de réponses. Si toutes les propositions sont fausses, cochez la case E.
Attention : Toute réponse fautive sera pénalisée de -0,5 pt.

Mathématiques financières

Q 1. Vous bénéficiez d'un acompte de règlement de 12 % sur une créance de 14 000 Dh à 90 jours. Calculez le montant du chèque à réaliser.
 A) 10 650 Dh B) 11 790 Dh
 C) 12 430 Dh D) 13 580 Dh

Q 2. Une somme de 14 025,52 vous sera remise dans 5 ans. Sachant que le taux annuel de placement à intérêts composés est de 7%. Quelle est la valeur de ce capital aujourd'hui ?
 A) 8 500 Dh B) 9 000 Dh
 C) 10 000 Dh D) 9 500 Dh

Q 3. Un capital de 2 500 Dh, placé à intérêts composés pendant 3 ans a acquis une valeur de 2 977,54 Dh. Quel est le taux de ce placement ?
 A) 6 % B) 7 %
 C) 8 % D) 9 %

Q 4. Un capital de 11 000 Dh, placé à intérêts simples au taux de 10 %, a produit 5 500 Dh d'intérêt. Quelle est la durée de ce placement ?
 A) 9 ans B) 5 ans
 C) 7 ans D) 3 ans

Q 5. Quelle somme doit-on placer aujourd'hui à intérêts simples, au taux de 7 %, si on souhaite obtenir au bout de 4 mois de placement un montant de 7 572,67 Dh ?
 A) 8 300 Dh B) 5 200 Dh
 C) 7 800 Dh D) 6 580 Dh

Analyse mathématique

Q 6. En utilisant le changement de variable $t = \sqrt{x-1}$, quelle est la valeur de l'intégrale $\int_1^4 \sqrt{x-1} dx$?
 A) $\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{16}{15}$

Q 7. On pose $f(x) = \frac{x^{2+x} - x^{2-x}}{x}$, alors $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ vaut :
 A) $2e^2$ B) $-\infty$ C) $+\infty$ D) 0

Probabilités

Q 17. Si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, alors les ensembles A et B sont :
 A) incompatibles B) équiprobables
 C) liés D) indépendants

Q 18. La fonction de masse de la loi de Poisson de paramètre 3 est :
 A) $e^{-3} \frac{3^k}{k!}$ pour $k \in \mathbb{N}$ B) $e^{-3} \frac{3^k}{k}$ pour $k \in \mathbb{N}$
 C) $e^{-3} \frac{3^k}{k}$ pour $k < \mathbb{N}$ D) $e^{-3} \frac{3^k}{k}$ pour $k < \mathbb{N}$

Q 19. Le théorème central limite sert pour approcher les lois que la loi :
 A) Student B) Poisson C) Normale D) Binomiale

Q 20. Si X suit une loi Binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,1$. Alors la variance est :
 A) 2,7 B) 3 C) 6 D) 4

Echantillonnage

Un site de vente en ligne pense que l'insatisfaction des clients provient des retards des traitements des réclamations. Le responsable des retours prétend qu'au moins 75% des retours sont traités sans retard. Un échantillon de 240 réclamations a révélé que 180 ont été traités sans retard.

Q 21. Soit X de loi Binomiale, alors $P(X < 4 | X > 2)$ est égale :
 A) $P(X = 3) / P(X > 2)$ B) $P(X < 4) - P(X = 2)$
 C) $P(X = 3)$ D) $P(X < 4) - P(X = 2)$

Q 22. Une estimation ponctuelle de la proportion égale des retours traités sans retard est :
 A) 0,67 B) 0,75 C) 0,80 D) 0,52

Q 23. Sachant que le fractile x_α de la loi Normale est $z = 2,58$, l'intervalle de confiance à 99% pour la vraie proportion p est :
 A) [0,48; 0,74] B) [0,47; 0,84]
 C) [0,63; 0,86] D) [0,67; 0,82]

Q 24. On appelle distribution d'échantillonnage de la moyenne empirique :
 A) La variance de \bar{X} .
 B) La moyenne de \bar{X} .
 C) La loi de \bar{X} .
 D) La proportion des éléments dépassant la moyenne.

Q 25. Plus le niveau de confiance est grand, plus l'amplitude de l'intervalle de confiance est :
 A) petite
 B) grande
 C) constante
 D) petite pour $n \leq 25$ puis augmente pour $n \geq 25$.

Programmation linéaire

Un atelier fabrique trois produits P_1 , P_2 et P_3 , en quantités x_1 , x_2 et x_3 . Les marges unitaires des trois produits sont de 3, 4 et 12 dh respectivement.

- ✓ Le produit P_1 nécessite 1 heure de travail par jour et le marché ne peut absorber plus de 40 unités de ce produit.
- ✓ Le produit P_2 nécessite 2 heures de travail par jour.
- ✓ Le produit P_3 nécessite 3 heures de travail par jour et le marché ne peut absorber plus de 60 unités de ce produit.

La capacité de travail dans l'atelier est de 300 heures par jour. On note Z la valeur optimale. Le tableau simplexe optimal de ce problème de programmation linéaire est donné par :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	rhs
0	1	0	1/2	-1/2	-3/2
1	0	0	1	0	40
0	0	1	0	1	80
-2	0	0	-2	-1	-6
-1120	0	0	0	0	-1120

Q 26. La fonction objectif (économique) est :
 A) Max $Z = 3x_1 + 4x_2 + 12x_3$
 B) Min $Z = 3x_1 + 4x_2 + 12x_3$
 C) Max $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$
 D) Max $Z = 4x_1 + 4x_2 + 9x_3$

Q 27. La contrainte "temps de travail" est :
 A) $3x_1 + 4x_2 + 12x_3 \leq 80$
 B) $x_1 + x_2 + x_3 \geq 40$
 C) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 300$
 D) $x_1 + x_2 + x_3 \leq 300$

Q 28. D'après le tableau simplexe optimal, la solution optimale est :
 A) $Z = 1120$, $x_1 = 40$, $x_2 = 0$ et $x_3 = 80$
 B) $Z = 1120$, $x_1 = 40$, $x_2 = 10$ et $x_3 = 80$
 C) $Z = 300$, $x_1 = 10$, $x_2 = 80$ et $x_3 = 40$
 D) $Z = 1120$, $x_1 = 2$, $x_2 = 1$ et $x_3 = 6$

Q 29. D'après le tableau simplexe optimal, la solution optimale du problème dual est :
 A) $W = 1100$, $y_1 = 40$, $y_2 = 0$ et $y_3 = 80$
 B) $W = 1120$, $y_1 = 40$, $y_2 = 10$ et $y_3 = 80$
 C) $W = 300$, $y_1 = 10$, $y_2 = 80$ et $y_3 = 40$
 D) $W = 1120$, $y_1 = 2$, $y_2 = 1$ et $y_3 = 6$

Q 30. Si on augmente la capacité du temps de travail d'une heure (301 au lieu de 300), le nouveau bénéfice optimal serait :
 A) 1125 B) 1224 C) 1123 D) 1122

www.ecosnomos.com

Ben courage